30. Nagy László Fizikaverseny
Szalézi Szent Ferenc Gimnázium, Kazincbarcika
2015. február 26 – 27.

J a v í t ó k u l c s

10. osztály

1. feladat

a)

A motorból és motorosból álló „testre” tulajdonképpen 2 erő hat:

- a nehézségi erő, és — 1 pont
- a vízszintes aszfalttól származó F_t alátámasztási erő, — 1 pont
  amely a súrlódás miatt nem merőleges az alátámasztási felületre (tehát nem függőleges irányú). — 1 pont

A motorosnak olyan szöggel kell bedőlnie a kanyarban, hogy a „test” tömegközéppontja illeszkedjen az F_t alátámasztási erő határvonalára, mert így nem lesz ennek a támaszerőnek forgatónyomatéka az alátámasztási pontra vonatkozóan. (Ellenkező esetben akár az óramutató járásával megegyező, vagy azzal ellentétes irányban „eldőlhet”. Mindkét esetre gyakran van példa motorversenyeken.) — 1 pont

A fenti két erő eredőjének (az F_{cp}-vel jelölt centripetális erőnek) a feladat szövege szerint vízszintes síkban kell lennie. — 1 pont

Ha a versenyző ismeri, és használni tudja a szögfüggvényeket, vagy nem ismeri, és nem tudja használni azokat, akkor kétféle gondolatmenet jöhet szóba.

1) *Ha ismeri, akkor várhatóan az alábbi gondolatmenetet fogja követni:*

Jelöljük α-val azt a szöget, amit a támaszerő hatásvonala a függőleges iránnyal zár be! — 1 pont

Ismeretes, hogy a centripetális erőt $F_{cp} = m \cdot v^2/r$ képlettel számoljuk, — 1 pont

a nehézségi erőt pedig $G = m \cdot g$ –vel, — 1 pont

így az erőparalelogrammában található derékszögű háromszögekben

$$tg\alpha = \frac{F_{cp}}{m \cdot g} = \frac{\frac{m \cdot v^2}{r}}{m \cdot g} = \frac{v^2}{r \cdot g}$$ írható fel. — 2 pont

Mivel az egyenletben nem szerepel a „test” tömege, a dőlésszög attól független, azaz a feladat szövegében megadott tömegekre nincs szükség! — 1 pont

Az α szög a fényképen végzett mérés alapján körülbelül 38° és 42° között lehet. (Az ebbe a tartományba eső mért adatot fogadjuk el helyesnek!) — 2 pont

A motoros haladási sebessége: 198 km/h = 55 m/s. — 1 pont

Az egyenletből kifejezve a körpálya sugarát: $r = \frac{v^2}{g \cdot tg\alpha}$ — 1 pont

Az adatok behelyettesítése után az α szög két „szélső” értékére számolva:

$$r = \frac{55^2 \frac{m^2}{s^2}}{10 \frac{m}{s^2} \cdot tg 38^o} = \frac{3025}{10 \cdot 0{,}7813}(m) \approx \mathbf{387\ (m)};\ \text{ill.}\ r = \frac{55^2 \frac{m^2}{s^2}}{10 \frac{m}{s^2} \cdot tg 42^o} = \frac{3025}{10 \cdot 0{,}9004}(m) \approx \mathbf{336\ (m)}$$ — 1 pont

b)

A súrlódási erő a támaszerő vízszintes összetevője, ami tulajdonképpen F_{cp}-vel azonos nagyságú, tehát $F_s = F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}$; 1 pont

másrészt tudjuk, hogy $F_s = \mu_0 \cdot T$, ahol T az F_t erő függőleges összetevője, ami a „testre" ható nehézségi erővel egyenlő nagyságú, tehát végeredményben $F_s = \mu_0 \cdot m \cdot g$.

A két kifejezést egyenlővé téve egymással: $\mu_0 \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r}$ 1 pont

Látható, hogy itt sincs szükség a „test" tömegére. Az egyenletből $\mu_0 = \frac{v^2}{r \cdot g}$.

Behelyettesítés után a fenti két pályasugár-értékkel $\boldsymbol{\mu_0 \approx 0{,}78}$; illetve $\boldsymbol{\mu_0 \approx 0{,}9}$ adódik. 1 pont

Tehát **legalább ekkora tapadási súrlódási együttható szükséges a körpályán maradáshoz**. 1 pont

Összesen: 20 pont

2) *Ha nem ismeri a szögfüggvényeket, akkor remélhetőleg az alábbi gondolatmenetet fogja követni:*

A „testre" ható 2 erő biztosítja a körmozgást vízszintes síkban, tehát F_{cp} felírásában nincs eltérés az előző gondolatmenettől.

Ugyanakkor a „test" függőleges síkban egyensúlyban lévőnek tekinthető, azaz a „test" tömegközéppontjára felírt forgatónyomatékok előjeles összege zérus.

Ekkor viszont érdemes az F_t támaszerőt felbontani a T függőleges, és az F_s vízszintes összetevőre! Ezek forgatónyomatékainak előjeles összege lesz zérus.

T erőkarja vízszintes szakasz, F_s erőkarja pedig függőleges szakasz, így az erőkarokból is egy derékszögű háromszög keletkezik, amely hasonló az erőparalelogramma derékszögű háromszögéhez. Csak ehhez pontosan kellene tudni a „test" tömegközéppontjának helyét, hogy a képről az erőkarok hosszával arányos távolságokat lemérhessük.

Viszont ehhez a derékszögű háromszöghöz hasonló bármilyen méretű derékszögű háromszögben ugyanaz lesz a két befogó aránya, amely már mérhető, és tgα helyett ezt az arányt kell használni.

Ettől kezdve a megoldás a fentiekkel azonossá válik mind az a), mind a b) kérdés esetében.

Megjegyzések:

- Természetesen azok a megoldások is elfogadhatóak, amelyekben nem 2, hanem 3 erő felléptéről beszélnek. Ők azt a formális gondolatmenetet (a komponensekre bontás módszerét) követik, hogy az F_t támaszerőt egy ideális (súrlódásmentes) felülettől származó, tehát arra merőleges T támaszerőként, és az egymással érintkező felületek közös érintősíkjában lévő F_s súrlódási erőként írják le.

- A megoldásra nem lehet minden gondolatmenetre egyértelmű pontozási utasítást adni. Másféle gondolatmenetre értelemszerűen pontozzunk!