

31. Nagy László Fizikaverseny
Szalézi Szent Ferenc Gimnázium, Kazincbarcika
2016. február 25 – 26.

J a v í t ó k u l c s

12. osztály

4. feladat

Adatok:

$$d = 4 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$r = 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ C}$$

$$A = 10^5 \text{ Bq}$$

$$T_{1/2} = 2,2414 \text{ perc} = 134,484 \text{ s} \approx 134,48 \text{ s}$$

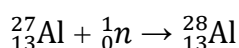
$$U = 1 \text{ V}$$

a)

Az atomreaktor belsejében neutron-besugárzás érte a golyót, így sok alumíniumatom magja befog egy neutron, és eggyel nagyobb tömegszámú alumíniumizotóppá válik.

½ pont

Tehát az Al-28 magja Al-27 magból jött létre.



1 pont

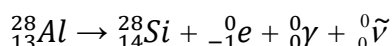
b)

A feladat szövegéből kitűnik, hogy az Al-28 béta-sugárzó. A negatív béta-bomláskor az atommag 1 neutronja protonná alakul, és születik egy elektron is, ami születése után azonnal kisugárzódik.

½ pont

Ezért a negatív béta-bomlás esetén eggyel növekszik a rendszám, de a tömegszám változatlan marad. Így csak szilícium-28 izotóp keletkezhet.

1 pont



4 x ½ pont

c)

Az alumíniumgolyót a reaktorból való kivétel (a felfüggesztés) pillanatában elektromos szempontból semlegesnek tekinthetjük, és felületi pontjait nulla potenciálúnak választhatjuk.

½ pont

Az Al-28 atommagok béta sugárzása következtében viszont negatív töltésűvé válik, mert –a feladat szövege szerint– nem mindegyik béta-részecske hagyja el a gömböt. Így az idő múlásával egyre több töltés (elektrontöbblet) halmozódik fel benne, és (abszolút értékben) egyre nagyobb lesz a potenciálja.

½ pont

Hogy 1 voltnyi potenciál legyen mérhető, ahhoz $Q = C \cdot U = 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r \cdot U$ elektromos töltésnek kell felhalmozódnia a gömbön.

1 pont

Ez a numerikus adatokkal: $Q = 1,11 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}^2}{\text{N} \cdot \text{C}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 1 \text{ V} = 2,22 \cdot 10^{-13} \text{ C}$

1 pont

Ehhez $n = \frac{Q}{e} = 1,3875 \cdot 10^6$ elektronnak (béta-részecskének) kellett benn maradnia a gömbben.

1 pont

Ez viszont a bomláskor keletkező elektronoknak csak a 10 %-a. 1 pont

Így a tényleges bomlás 1 nagyságrenddel nagyobb: $n^* = 1,3875 \cdot 10^7$ 1 pont

Most ki kell számolnunk, hogy a $t = 0$ időpillanatban hány Al-28 atommag volt jelen!
Ismeretes, hogy az aktivitás, az $N(0)$ kezdeti részecskeszám és a felezési idő között a következő összefüggés áll fenn: $A = 0,693 \cdot \frac{N(0)}{T_{1/2}}$ 1 pont

Ebből $N(0) = \frac{A \cdot T_{1/2}}{0,693} = \frac{10^5 \text{ Bq} \cdot 134,48 \text{ s}}{0,693} = 1,94055 \cdot 10^7$ 2 pont

Hogy ebből a kezdeti radioaktív mag-számból mennyi idő alatt bomlik el n^* mag, azt a radioaktív bomlástörvényből kaphatjuk meg: 1 pont

$N(t) = N(0) \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$, ahol $N(t)$ a t idő után még meglévő (el nem bomlott radioaktív magok) száma.

Ez a mi esetünkben $N(t) = N(0) - n^* = 1,94055 \cdot 10^7 - 1,3875 \cdot 10^7 \approx 5,53 \cdot 10^6$ 2 pont

Ezért $\frac{N(t)}{N(0)} = 0,285$; azaz $2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 0,285$ 1 pont

Ebből:

$-\frac{t}{134,484 \text{ s}} \cdot \lg 2 = \lg 0,285$ 1 pont

$t = 243,55 \text{ s} \approx 4,06 \text{ perc}$ 1 pont

Tehát 4 perc elteltével lesz az alumíniumgömb potenciálja 1 V.

Összesen: 20 pont

Diskusszió (a javító tanároknak esetleg felmerülő kétségek eloszlatására)

Mivel a gömb mérete viszonylag kicsi, felmerül a kérdés, hogy a neutronaktiválás után nem túl nagy-e a 10^5 Bq aktivitás?

Az alumínium gömb tömege:

$m_{\text{Al}} = \frac{4\pi \cdot r^3}{3} \cdot \rho = \frac{4\pi \cdot 8 \cdot 10^{-9}}{3} \cdot 2,7 \text{ kg} = 9,0478 \cdot 10^{-8} \text{ kg} = 9,0478 \cdot 10^{-5} \text{ g}$ (a zsebszámológép sok tizedesjegyű π -jét használva)

Mivel az alumínium moláris tömege: $M_{\text{Al}} = 26,9815 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$,

ezért a golyó $n = \frac{m_{\text{Al}}}{M_{\text{Al}}} = \frac{9,0478 \cdot 10^{-5} \text{ g}}{26,9815 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 3,3533 \cdot 10^{-6} \text{ mol}$ anyagmennyiségű.

Az Avogadro-számot figyelembe véve a golyó

$N = n \cdot N_A = 3,3533 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 2,0194 \cdot 10^{18}$ alumínium-27 atomot tartalmaz.

Ha a neutronfluxus elegendően nagy volt az aktiválás közben, keletkezhetett annyi alumínium-28 izotóp, hogy a feladatban megadott aktivitás lehetséges, és 4 perc elteltével is lesz még bőven béta-sugárzó alumínium-izotóp.

