

**31. Nagy László Fizikaverseny**  
**Szalézi Szent Ferenc Gimnázium, Kazincbarcika**  
**2016. február 25 – 26.**

**J a v í t ó k u l c s**

**9. osztály**

**4. feladat**

a)

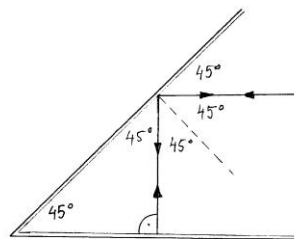
Könnyen belátható, hogy a beesési szöget változtatva 3 eset lehetséges:

1 pont

1)

Ha az 1. tükörré  $\alpha = 45^\circ$ -os beesési szögben érkezik a fénynyaláb, akkor önmagában verődik vissza. Ugyanis ez a fénynyaláb a 2. tükörré a beesési merőleges mentén érkezik.

1 + 2 pont

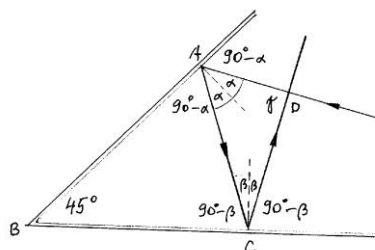


$$\alpha = 45^\circ$$

2)

Ha az  $\alpha$  beesési szög az 1. tükörmél  $45^\circ$ -nál kisebb, akkor a 2. tükörről való visszaverődés után kilép a szögtükörből, és merőleges lesz az 1. tükörré beeső fénynyalábra.

2 + 2 pont

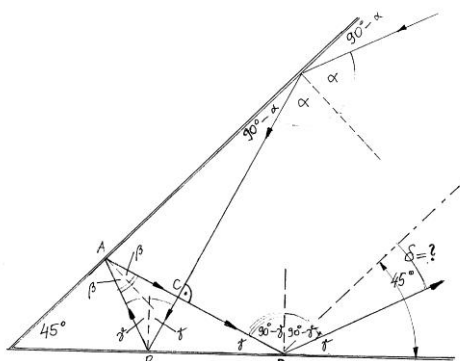


$$\alpha < 45^\circ$$

3)

Ha az  $\alpha$  beesési szög az 1. tükörmél  $45^\circ$ -nál nagyobb, akkor a 2. tükörről másodszor visszaverődő (a szögtükörből kilépő) fénynyaláb párhuzamos az 1. tükörré beeső fénynyalábbal.

3 + 4 pont



$$\alpha > 45^\circ$$

b)

A 2. eset bizonyítása:

Állítás: az 1. tükörré érkező és a 2. tükröt elhagyó fénynyaláb egymással  $90^\circ$ -os szöget zár be egymással.

Az ABC háromszög szögeinek összege  $180^\circ$ . Azaz:  $90^\circ - \alpha + 90^\circ - \beta + 45^\circ = 180^\circ$

Így  $\alpha + \beta = 45^\circ$

4 pont

Másrészt az ACD háromszög szögeinek összege is  $180^\circ$ . Azaz:  $2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta + \gamma = 180^\circ$

Így  $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot (\alpha + \beta)$

Felhasználva, hogy  $\alpha + \beta = 45^\circ$ ,  $\gamma = 180^\circ - 2 \cdot 45^\circ = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ , azaz a  $45^\circ$ -os szögtükörbe belépő és az onnan kilépő fénynyaláb merőleges egymásra.

c)

Ezt a tulajdonságot például a földmérők használhatják fel, amikor derékszögeket kell kijelölniük a terepen.

1 pont

A 3. eset bizonyítása:

Az ábrán látható, hogy az A és B pontoknál tulajdonképpen a 2. eset valósul meg, tehát a C pontnál egymást metsző fénysugarak merőlegesek egymásra.

Az ábrán  $\beta$ -val jelölt szögek  $90^\circ - \alpha$  nagyságúak, mert merőleges szárú hegyesszögek. Tehát  $\beta = 90^\circ - \alpha$

Az ABC háromszög szögeinek összegéből következik, hogy  $\gamma = \alpha - 45^\circ$

Másrészt a CDB szög –merőleges szárú hegyesszögek miatt– szintén  $\gamma$ .

Most húzzunk a D pontból egy párhuzamos félegyenest az 1. tükröt jelképező vonallal! (Pontozott, szagatott vonal.) (5 pont)

Ezért ez a félegyenes a 2. tükrő vonalával  $45^\circ$ -os szöget zár be. ( Két  $45^\circ$ -os, egyállású szögről van szó.)

Így  $\delta = 45^\circ - \gamma$

$\gamma$  értékét behelyettesítve:  $\delta = 45^\circ - (\alpha - 45^\circ) = 90^\circ - \alpha$

Ez azt jelenti, hogy a  $45^\circ$ -os szögtükör 1. tükrére ráeső, és a szögtükörből kilépő fénynyaláb egymással párhuzamos.

**Összesen: 20 pont**

Megjegyzések:

1)

A 2. eset teljes bizonyítása elvárható, mert ismert tény lehet, hogy egy  $\varepsilon$  nyílásszögű szögtükörré bocsátott fénynyaláb –ha kétszeres visszaverődés után– kilép a szögtükörből, akkor a belépő és kilépő fénynyaláb egymással bezárt szöge  $180^\circ - 2 \cdot \varepsilon$

$\varepsilon = 45^\circ$  esetében a merőlegesség nyilvánvaló.

(A 2011. évi Nagy László fizikaverseny 9. osztályos feladatlapjának 3. feladata hasonló volt a most kitűzöttehhez.)

2)

A 3. eset részletes geometriai bizonyítását ne várjuk el a versenyzőktől, mert túlságosan bonyolultnak tűnik!

Elégedjünk meg azzal, ha észreveszik, hogy

- egyrészt: az A és B pontoknál tulajdonképpen a 2. eset valósul meg
- másrészt „ösztönösen” arra hivatkoznak, hogy emiatt a párhuzamosságnak teljesülnie kell.

3)

Ha viszont a 3. eset komplett bizonyítása is szerepel valamilyen formában, kapjon érte 5 jutalompontot!