

**32. Nagy László Fizikaverseny**  
**Szalézi Szent Ferenc Gimnázium, Kazinbarcika**  
**2017. február 23– 24.**  
**J a v í t ó k u l c s**  
**10. osztály**

**2. feladat**

**a)**

A gyöngy  $\omega$  szögsebességű körmozgást végez  $r$  sugarú körpályán, amelyre  $r = R \cdot \sin \alpha$  (1) teljesül.

Körmozgását az  $m \cdot g$  súlyerő és a súrlódásmentes alátámasztástól származó sugárirányú  $T$  támasztóerő biztosítja.

(Az ábra nem mutatja a teljes félkörívét.)

Ezek eredőjére  $F = m \cdot r \cdot \omega^2$  (2)

illetve geometriai adatok figyelembevételével

$F = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha$  teljesül. (3)

A fenti három egyenletből  $\omega^2 = \frac{g}{R \cdot \cos \alpha}$  következik.

Ebből  $\cos \alpha = \frac{g}{R \cdot \omega^2}$  adódik.

Amiből  $\omega = \sqrt{\frac{g}{R \cdot \cos \alpha}}$

Ezt a függvénykapcsolatot kerestük.

**b)**

Azonban a teljes megoldáshoz még egy diszkusszió is hozzátartozik.

Ugyanis könnyen belátható, hogy  $0 \leq \alpha < 90^\circ$  érvényes, mert végtelen nagy szögsebességnél lehetne csak  $90^\circ$ .

Ilyen szögekre viszont  $0 \leq \cos \alpha < 1$  teljesül.

Ha ezzel összevetjük a  $\cos \alpha$ -ra kapott egyenletünket, azt kapjuk, hogy csak  $\omega^2 < \frac{g}{R}$  esetén érvényes az eredményünk.

Ez esetben is csak akkor, ha kicsit kimozdul az  $\alpha = 0^\circ$ -os helyzetből. Ha nem, akkor az is megoldása a feladatnak.

Ez azt jelenti, hogy egy bizonyos  $\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$

szögsebességeknél csak  $\alpha = 0^\circ$  a megoldás.

A minimális szögsebesség, amelynél a keringés feltétele

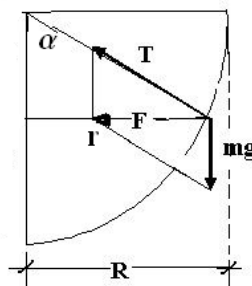
teljesül:  $\omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{R}}$

Mivel  $\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f_{\min} = \frac{\omega_{\min}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R}}$

$R = 0,4$  m behelyettesítésével:

$f_{\min} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{0,4}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{25} = \frac{5}{2\pi} \approx 0,796 \approx 0,8 \left(\frac{1}{s}\right)$

Tehát a minimális fordulatszám  $0,8 \frac{1}{s}$ .



Ábráért:

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

2 pont

2 pont

**Összesen: 20 pont**