

34. Nagy László Fizikaverseny
Szalézi Szent Ferenc Gimnázium, Kazinbarcika
2019. február 21 – 22.
J a v í t ó k u l c s
12. osztály

2. feladat

I. megoldás:

a)

A körfolyamat körül járasi iránya az óramutató járásával megegyező.

Ez azt jelenti, hogy a $4p_0$ nyomású izobár folyamat során a gáz több munkát végez a környezetén, mint a p_0 nyomású másik izobár folyamatban, amikor a környezet végez munkát a gázon.

E két munkavégzés előjeles összege negatív, tehát tágulási munka formájában hasznos munka jelentkezik. Tehát hőerőgépről van szó.

1 pont

b)

Induljunk ki a $(V_0; p_0)$ koordinátákkal jelzett (1) állapotból, és írjuk fel a rá vonatkozó állapotegyenletet!

$$p_0 \cdot V_0 = n \cdot R \cdot T_1$$

Ebből az (1) állapot hőmérséklete: $T_1 = \frac{p_0 \cdot V_0}{n \cdot R}$

1 pont

A $(V_0; 4p_0)$ koordinátájú (2) állapotra ugyanezeket alkalmazva: $p_0 \cdot 4V_0 = n \cdot R \cdot T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{4p_0 \cdot V_0}{n \cdot R} = 4T_1$

A (3) állapotra felírt állapotegyenlet: $4p_0 \cdot 6V_0 = n \cdot R \cdot T_3 \Rightarrow T_3 = \frac{4p_0 \cdot 6V_0}{n \cdot R} = 24T_1$

1 pont

A (4) állapot állapotegyenlete: $p_0 \cdot 6V_0 = n \cdot R \cdot T_4 \Rightarrow T_4 = \frac{p_0 \cdot 6V_0}{n \cdot R} = 6T_1$

1 pont

1 pont

c)

A héliumgáz fajhője állandó térfogaton: $c_v = 3,161 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$; állandó nyomáson $c_p = 5,234 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

A körfolyamat hatásfoka: $\eta = \frac{Q_{fel} + Q_{le}}{Q_{fel}}$ (ahol $Q_{fel} > 0$, és $Q_{le} < 0$). Tehát meg kell határoznunk a körfolyamat során a gáz által felvett és leadott hőmennyiségeket!

1 pont

Izochor folyamat révén jutott a gáz az (1) állapotból a (2) állapotba, a hőmérséklete emelkedett ($\Delta T_1 = 3T_1$), és e folyamat közben $Q_{fel1} = c_v \cdot m \cdot \Delta T_1 = 3 \cdot c_v \cdot m \cdot T_1$ hőmennyiséget vett fel a környezetből.

1 pont

1 pont

A (2) \rightarrow (3) folyamat izobár. Közben a hőmérsékletváltozás $\Delta T_2 = 24T_1 - 4T_1 = 20T_1$

E részfolyamat közben is melegedett a gáz, tehát $Q_{fel2} = c_p \cdot m \cdot \Delta T_2 = 20 \cdot c_p \cdot m \cdot T_1$ hőmennyiséget vett fel a környezetből.

1 pont

1 pont

1 pont

Összesen tehát $Q_{fel} = Q_{fel1} + Q_{fel2} = 3 \cdot c_v \cdot m \cdot T_1 + 20 \cdot c_p \cdot m \cdot T_1$ hőmennyiséget vett fel a gáz a környezetéből.

A (3) \rightarrow (4) folyamat izochor. A hőmérsékletváltozás $\Delta T_3 = 6T_1 - 24T_1 = -18T_1$

Közben a gáz hőmérséklete csökkent, tehát a gáz $Q_{le1} = c_v \cdot m \cdot \Delta T_3 = -18T_1 \cdot c_v \cdot m$ hőmennyiséget adott le a gáz a környezetének.

1 pont

1 pont

A (4) \rightarrow (1) folyamat izobar. A hőmérsékletváltozás $\Delta T_4 = T_1 - 6T_1 = -5T_1$

Újra a környezetnek leadott $Q_{le2} = -5T_1 \cdot c_p \cdot m$ hőmennyiségről beszélhetünk.

1 pont

1 pont

Összesen a gáz által leadott hőmennyiség

1 pont

$$Q_{le} = Q_{le1} + Q_{le2} = (-18T_1 \cdot c_v \cdot m) + (-5T_1 \cdot c_p \cdot m)$$

$$\eta = \frac{Q_{fel} + Q_{le}}{Q_{fel}} = \frac{3c_v + 20c_p - 18c_v - 5c_p}{3c_v + 20c_p} = \frac{15c_p - 15c_v}{3c_v + 20c_p} = \frac{15 \cdot 5,234 - 15 \cdot 3,161}{3 \cdot 3,161 + 20 \cdot 5,234} = \frac{78,645 - 47,415}{9,33 + 104,68} = \frac{31,23}{114,01} \approx 0,27$$

4 pont

$$\text{Vagy a könnyebb számítással: } \eta = 1 + \frac{Q_{le}}{Q_{fel}} = 1 - \frac{18c_v + 5c_p}{3c_v + 20c_p} = 1 - \frac{83,068}{114,163} = 1 - 0,73 = 0,27$$

/Az m és T_1 tényezőkkel egyszerűsíteni lehet a törteteket./

Tehát a körfolyamat termikus hatásfoka 0,27 (százalékos alakban: 27 %)

Összesen: 20 pont

2. megoldás:

a) Azonos az 1. megoldásnál közöltekkel. 1 pont

b) Azonos az 1. megoldásnál közöltekkel. 4 pont

c)

Izochor folyamat révén jutott a gáz az (1) állapotból a (2) állapotba, a hőmérséklete emelkedett, a hőmérsékletváltozás $\Delta T_1 = 3T_1$ 1 pont

Tudjuk, hogy egy ideális gáz belső energiája egyenes arányos az abszolút hőmérsékletével, következésképpen a belső energia változása egyenesen arányos az abszolút hőmérséklet változásával:

$$\Delta E_{b1} = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T_1 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot 3T_1 = \frac{9}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1 \text{ mivel a hélium energiatároló szabadsági fokainak száma } f = 3. \quad 1+1 \text{ pont}$$

Izochor változás közben nincs tágulási munka, tehát a termodinamika II. főtétele alapján $\Delta E_{b1} = Q_{fel1} = 4,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1$ 1pont

A (2) \rightarrow (3) folyamat izobár. Közben a hőmérsékletváltozás $\Delta T_2 = 24T_1 - 4T_1 = 20T_1$ 1 pont

E részfolyamat közben is melegedett a gáz, tehát növekedett a belső energiája. Itt a felvett hőmennyiséget

$$Q_{fel1} = \frac{f+2}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T_2 = 50 \cdot n \cdot R \cdot T_1 \text{ jelenti.} \quad 1 \text{ pont}$$

A gáz által felvett összes hőmennyiség: $Q_{fel} = 54,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1$ 1 pont

A (3) \rightarrow (4) folyamat izochor. A hőmérsékletváltozás $\Delta T_3 = 6T_1 - 24T_1 = -18T_1$ 1 pont

Közben a gáz hőmérséklete csökkent, tehát a gáz csökkent a belső energiája is. A belső energia csökkenése a leadott hőmennyiséggel egyenlő: 1 pont

$$Q_{le1} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T_3 = -\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot 18T_1 = -27 \cdot n \cdot R \cdot T_1 \quad 1 \text{ pont}$$

A (4) \rightarrow (1) folyamat izobar. A hőmérsékletváltozás $\Delta T_4 = T_1 - 6T_1 = -5T_1$ 1 pont

A folyamat közben leadott hő $Q_{le2} = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T_4 = -\frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot 5T_1 = -12,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1$ 1 pont

A körfolyamat során az összes leadott hőmennyiség:

$$Q_{le} = Q_{le1} + Q_{le2} = (-27 - 12,5) \cdot n \cdot R \cdot T_1 = -39,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1 \quad 1 \text{ pont}$$

$$\eta = \frac{Q_{fel} + Q_{le}}{Q_{fel}} = \frac{54,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1 - 39,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1}{54,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1} = \frac{15}{54,5} \approx 0,28 \quad 1 \text{ pont}$$

Vagy a könnyebb számítással: $\eta = 1 + \frac{Q_{le}}{Q_{fel}} = 1 - \frac{39,5}{54,5} = 1 - 0,72 = 0,28$

Tehát a körfolyamat termikus hatásfoka 0,28 (százalékos alakban: 28 %) 1 pont

/Az n , R és T_1 tényezőkkel egyszerűsíteni lehet a törtet./

Összesen: 20 pont

Megjegyzések:

- 1) Az 1. megoldás eredménye a pontosabb, hiszen a fajhők irodalmi értékeivel számoltunk.
- 2) A 2. megoldásban az energiatároló szabadsági fokokkal számolva közelítő eredményt kapunk, de látszik, hogy ez a gyakorlati élet számára elegendően pontos.
- 3) Ismeretes, hogy egy körfolyamat $p - V$ diagramja által közre zárt terület számértéke megegyezik a „hasznos munka” számértékével.

Jelen esetben, mivel egy téglalap területéről van szó $W = 3p_0 \cdot 5V_0 = 15p_0 \cdot V_0$

Mivel $p_0 \cdot V_0 = n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow 15p_0 \cdot V_0 = 15 \cdot n \cdot R \cdot T_1$; valamint $Q_{fel} = 54,5 \cdot n \cdot R \cdot T_1$

$$\eta = \frac{W}{Q_{fel}} = \frac{15}{54,5} \approx 0,28 \quad /Az n, R és T_1 tényezőkkel egyszerűsíteni lehet a törtet./$$