35. Nagy László Fizikaverseny
Szalézi Szent Ferenc Gimnázium, Kazincbarcika
2020. február 27 – 28.

J a v í t ó k u l c s
11. osztály

1. feladat

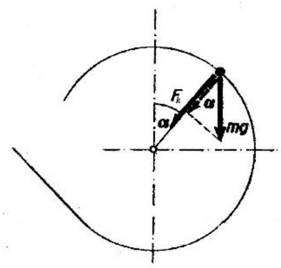
a) Tételezzük fel, hogy a golyó végighalad a körpályán! Ez legelőször akkor következne be, ha a köralakú pályától származó alátámasztási kényszererő csak a pálya legfelső pontján válik zérussá, de sem előtte, sem utána nem volt annyi. A legfelső pontban általában érvényes, hogy $F_k + m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R}$. 1 pont

Ha itt $F_k = 0$, abból $v^2 = R \cdot g$ következik. 1 pont

Viszont mivel nincs súrlódás, érvényes a mechanikai energiamegmaradás törvénye. E szerint a kényszerpálya legfelső pontjában csak 0 sebessége lehet! 1 pont

Ez ellentmondás. **Tehát a golyó nem jut el a kényszerpálya legfelső pontjába, hanem már hamarább elválik tőle.** 1 pont

b)



A kiméretű golyó akkor fog elválni a körpályától, ha megszűnik közöttük az alátámasztási kényszererő, azaz $F_k = 0$ teljesül. 1 pont

Ez csak a körpályának a mellékelt ábrán látható negyedében lehetséges!

A legegyszerűbb, ha a test elválását a kényszerpályától azzal a szöggel jellemezzük, amelyet a körpálya középpontjából az anyagi ponthoz húzott sugár a függőlegessel bezár. 1 pont

Ha felírjuk a körmozgás általános feltételét a kényszerpályán mozgás esetére, akkor azt kapjuk, hogy $F_k + m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot \frac{v^2}{R}$ 1 pont

Ha $F_k = 0$, akkor $m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow g \cdot \cos\alpha = \frac{v^2}{R} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{v^2}{g \cdot R} \Rightarrow v^2 = g \cdot R \cdot \cos\alpha$ **(1)** 2 pont

(most v a test sebességét jelöli az elválás pillanatában)

Mivel a súrlódás elhanyagolható volt, érvényben van a mechanikai energiamegmaradás törvénye (vagy ha úgy tetszik, a testen csak a nehézségi erő végez munkát): 2 pont

$m \cdot g \cdot 2R = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow 2g \cdot R = g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = 4 \cdot g \cdot R - 2 \cdot g \cdot h$ **(2)**

(ahol h a szétválási pont magasságát jelöli)

Az **(1)** és **(2)** jelű egyenletek összehasonlításából: 2 pont

$g \cdot R \cdot \cos\alpha = = 4 \cdot g \cdot R - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow R \cdot \cos\alpha = = 4 \cdot R - 2 \cdot h$

Most használjuk fel, hogy $h = R + R \cdot \cos\alpha$

Így $R \cdot \cos\alpha = 4 \cdot R - 2 \cdot (R + R \cdot \cos\alpha) \Rightarrow \cos\alpha = 4 - 2 - 2\cos\alpha \Rightarrow 3\cos\alpha = 2 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{2}{3}$

azaz $\alpha = 48{,}2^\circ$ 2 pont

Tehát a kis golyó abban a pillanatban válik el a kényszerpályától, amikor a körpálya középpontjából a hozzá húzott sugár $\alpha = 48{,}2^\circ$ szöget zár be a függőlegessel. 2 pont

(Ez $h = R + R \cdot \cos\alpha = R + \frac{2R}{3} = \frac{5R}{3}$ magasságban következik be.)

c) Az a) kérdésre adott válasznál láttuk, hogy a körpályán végig haladás feltétele ($F_k = 0$ miatt): $m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow g = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = g \cdot R \Rightarrow v = \sqrt{g \cdot R}$ 1 pont

Legalább ekkora sebessége kell, hogy legyen a golyónak a pálya legfelső pontjában. 2 pont

A mechanikai energiamegmaradás törvénye értelmében ugyanekkora, azaz $\mathbf{v_0} = \sqrt{g \cdot R}$ **kezdősebességgel kell elindítani a testet**.

Összesen: 20 pont