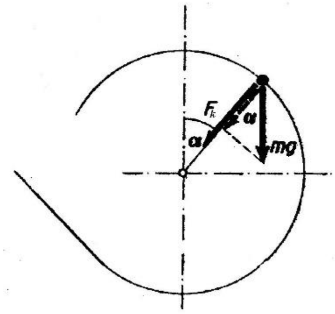
# 35. Nagy László Fizikaverseny
## Szalézi Szent Ferenc Gimnázium, Kazincbarcika
## 2020. február 27 – 28.
## J a v í t ó k u l c s
## 12. osztály

### 1. feladat

a)




Abban a magasságban lehet elmetszeni egy vízszintes síkkal a kényszerpályát, ahol a pálya és a test közötti alátámasztási kényszererő megszűnik, hiszen a test innentől kezdve szabad mozgást végez. 2 pont

A kiméretű golyó akkor fog elválni a körpályától, ha megszűnik közöttük az alátámasztási kényszererő, azaz $F_k = 0$ teljesül. 1 pont

A legegyszerűbb, ha a test elválását a kényszerpályától azzal a szöggel jellemezzük, amelyet a kör középpontjából az anyagi ponthoz húzott sugár bezár a függőlegessel. 1 pont

Ha felírjuk a körmozgás általános feltételét a kényszerpályán mozgás esetére, akkor azt kapjuk, hogy $F_k + m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot \frac{v^2}{R}$ 2 pont

Ha $F_k = 0$, akkor $m \cdot g \cdot \cos\alpha = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow g \cdot \cos\alpha = \frac{v^2}{R} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{v^2}{g \cdot R} \Rightarrow v^2 = g \cdot R \cdot \cos\alpha$ **(1)** 2 pont

(most $v$ a test sebességét jelöli az elválás pillanatában)

Mivel a súrlódás elhanyagolható volt, érvényben van a mechanikai energiamegmaradás törvénye (vagy ha úgy tetszik, a testen csak a nehézségi erő végez munkát):

$m \cdot g \cdot 2R = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow 2g \cdot R = g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v^2 \Rightarrow v^2 = 4 \cdot g \cdot R - 2 \cdot g \cdot h$ **(2)** 3 pont

(ahol $h$ a szétválási pont magaságát jelöli)

Az **(1)** és **(2)** jelű egyenletek összehasonlításából:

$g \cdot R \cdot \cos\alpha = = 4 \cdot g \cdot R - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow R \cdot \cos\alpha = = 4 \cdot R - 2 \cdot h$

Most használjuk fel, hogy $h = R + R \cdot \cos\alpha$ 1 pont

Így $R \cdot \cos\alpha = 4 \cdot R - 2 \cdot (R + R \cdot \cos\alpha) \Rightarrow \cos\alpha = 4 - 2 - 2\cos\alpha \Rightarrow 3\cos\alpha = 2 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{2}{3}$ 1 pont

azaz $\alpha = 48^\circ\ 8'$

**Tehát a kis golyó abban a pillanatban válik el a kényszerpályától, amikor a körpálya középpontjából a hozzá húzott sugár $\alpha = 48{,}1^\circ$ szöget zár be a függőlegessel.** 1 pont

**(Ez $h_x = R + R \cdot \cos\alpha = R + \frac{2R}{3} = \frac{5R}{3}$ magasságban következik be.)**

b)

A test sebességét úgy kapjuk meg, ha $h$ értékét a **(2)** egyenletbe helyettesítjük:

$v^2 = 4 \cdot g \cdot R - 2 \cdot g \cdot \frac{5R}{3} = \frac{2}{3} g \cdot R \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2g \cdot R}{3}}$ 2 pont

c)

A kis golyó ezzel a kezdősebességgel ferde hajításba kezd. A kezdősebesség vektora szintén $\alpha$ szöget zár be a vízszintessel.

A maximális emelkedés értéke (a függvénytáblázatból vett képlet alapján):

$s_{max} = \frac{v^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g} = \frac{\frac{2g \cdot R}{3} \cdot \frac{5}{9}}{2g} = \frac{5R}{27}$ ($\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$, mivel $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ volt) 2 pont

**A mozgás során elért legnagyobb magasság $h_{max} = h + s_{max} = \frac{5R}{3} + \frac{5R}{27} = \frac{50R}{27}$** 2 pont

**Összesen: 20 pont**

*Ellenőrzés:*

*1)* $\frac{50R}{27} < \frac{54R}{27} = 2R$, hiszen a test nem juthat fel a körpálya legmagasabb pontjáig, mert a hajítási parabola csúcspontján még $v \cdot \sin\alpha$ (vízszintes irányú) sebessége (s ezért mozgási energiája) volt.

*2)* A mechanikai energiamegmaradás törvénye értelmében:

$m \cdot g \cdot 2R = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \frac{5R}{3} + \frac{1}{2} \cdot m \frac{2g \cdot R}{3} = m \cdot g \cdot R \cdot \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{3}\right) = m \cdot g \cdot 2R$